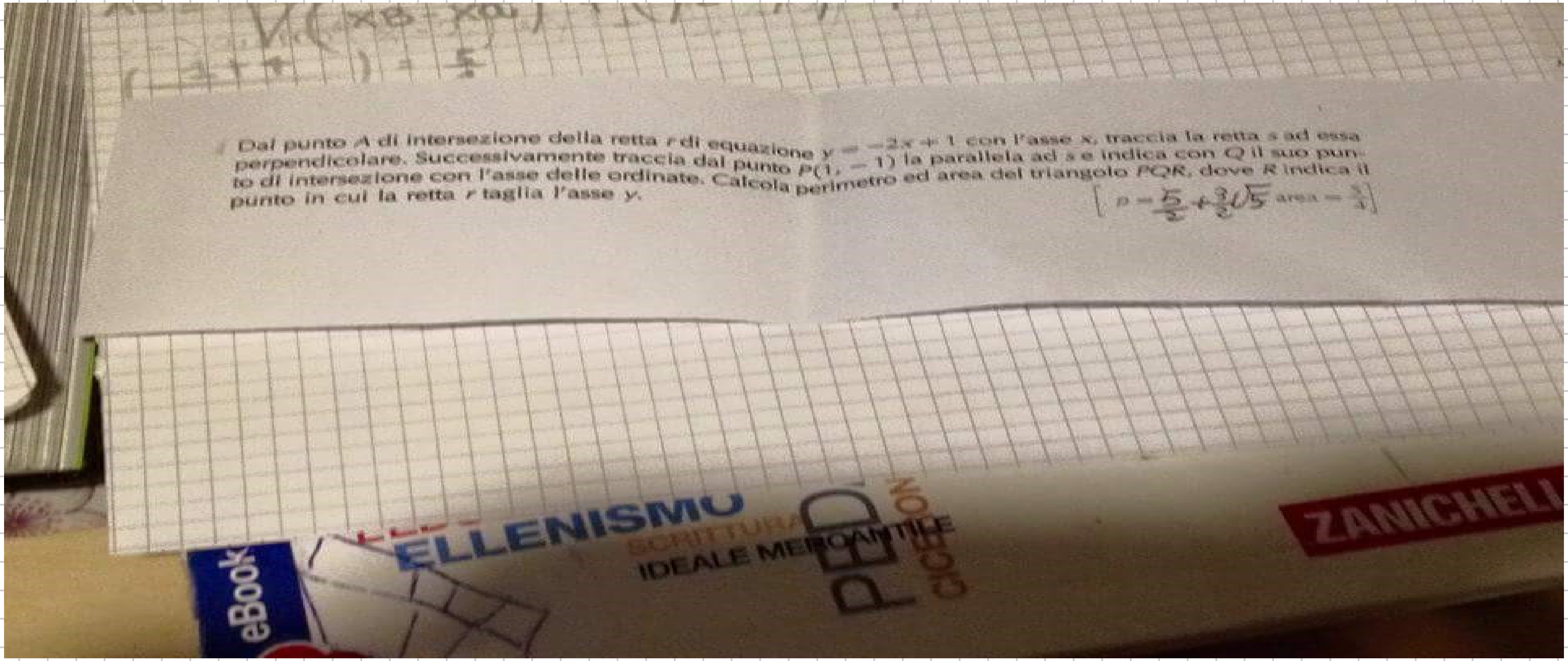
Esercizio di Geometria Analitica

Titolo nota 15/04/2017



Dal punto A di intersezione della retta r di equazione $y = -2x + 1$ con l'asse x, traccia la retta s ad essa perpendicolare. Successivamente traccia dal punto $P(1, -1)$ la parallela ad s e indica con Q il suo punto di intersezione con l'asse delle ordinate. Calcola perimetro ed area del triangolo PQR, dove R indica il punto in cui la retta r taglia l'asse y.

$\left[p = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{5} \quad \text{area} = \frac{5}{4} \right]$

Testo:

Dal punto A d'intersezione della retta r di equazione $y = -2x + 1$ con l'asse x, traccia la retta s ad essa perpendicolare.
Successivamente traccia dal punto $P(1; -1)$ la parallela ad s ed indica con Q il suo punto d'intersezione con l'asse delle ordinate.
Calcola perimetro ed area del triangolo PQR, dove R indica il punto in cui la retta r taglia l'asse y.

$$\left[p = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{5} \ ; \ \text{area} = \frac{5}{4} \right]$$

Dati:

$r \rightarrow y = -2x + 1$ $\quad P(1; -1)$

Svolgimento:

1) Intersezione della retta r con l'asse delle ascisse:

$$\begin{cases} y=0 \\ y=-2x+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=0 \\ 0=-2x+1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} y=0 \\ 2x=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=0 \\ 2x-1=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y=0 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases}$$

La retta r interseca l'asse x nel punto
$A\left(\frac{1}{2};0\right)$
Inoltre la retta r interseca l'asse y delle ordinate nel punto $R(0;1)$ in quanto l'intercetta è uguale a 1 $\quad y=-2x+1$

2) Equazione della retta s perpendicolare alla retta r

Sappiamo che la retta r di equazione $y = -2x + 1$ passa per il punto $A\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.
Quindi per trovare l'equazione della retta s perpendicolare alla retta r basta ricordare l'equazione di una retta passante per un punto $y - y_1 = m(x - x_1)$ dove m (per la perpendicolarità) deve essere l'antireciproco del coefficiente angolare di r (quindi $\frac{1}{2}$)

$$s \to y - 0 = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right) = y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$$

3) Tracciare dal punto $P(1; -1)$ la parallela ad s

la retta s ha equazione $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$

la retta parallela ad s passante per $P(1; -1)$ deve avere coefficiente angolare uguale ad s e quindi:

$y + 1 = \frac{1}{2}(x - 1)$

$y + 1 = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} - 1$

$y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ $\rightarrow$ Pertanto la retta parallela ad s interseca l'asse delle ordinate nel punto $Q\left(0; -\frac{3}{2}\right)$

Riepilogo dati

retta $r \rightarrow y = -2x + 1$ retta $s \rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$

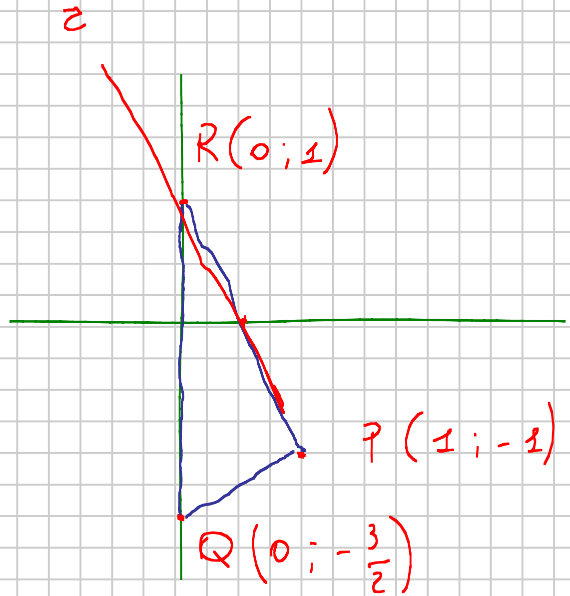
$P(1; -1)$

$Q\left(0; -\frac{3}{2}\right)$

$E(0; 1)$ punto dove r interseca l'asse y

$A\left(\frac{1}{2}; 0\right)$

4) GRAFICO



$$\overline{PQ} = \sqrt{(0-1)^2 + \left(-\frac{3}{2}+1\right)^2} = \sqrt{1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{1+\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\overline{PR} = \sqrt{(1-0)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{1+(-2)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$\overline{RQ} = R(x_2; y_2) \quad Q(x_1; y_1) = y_2 - y_1 = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

5) Perimetro del Triangolo PQR

$$\overline{PQ} + \overline{PR} + \overline{RQ} = \frac{\sqrt{5}}{2} + \sqrt{5} + \frac{5}{2} = \frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 5}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{5} + \frac{5}{2}$$

6) Area del Triangolo PQR

$$\frac{\overline{PQ} \cdot \overline{PR}}{2} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \sqrt{5}}{2} = \frac{5}{2} : 2 = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$$