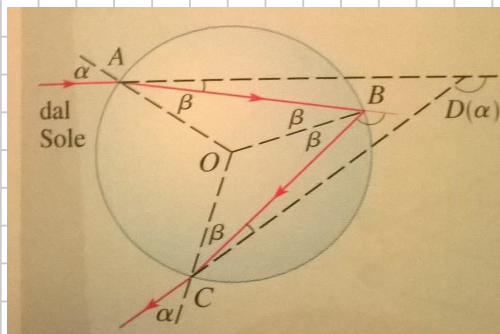


ANALISI DEGLI Arcobaleni

Titolo nota

16/04/2017



Gli arcobaleni vengono creati quando le gocce d'acqua diffrangono i raggi solari. Affascinano l'umanità sin dai tempi antichi ed hanno ispirato tentativi di spiegazione scientifica già dal tempo di Aristotele. Si cercherà, adesso, di spiegare la forma, il posizionamento e i colori degli arcobaleni.

1. La figura mostra un raggio di luce solare che entra in una goccia sferica in A. Parte della luce viene riflessa, ma la linea AB mostra il cammino di quella parte che entra nella goccia. La luce viene rifratta verso la retta normale AO, e in effetti la Legge di Snell dice che

$$\sin \alpha = k \sin \beta, \text{ dove } \alpha = \text{angolo di incidenza}$$

$$\beta = \text{angolo di rifrazione}$$

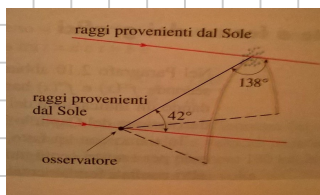
$$k \approx \frac{4}{3} \text{ è l'indice di rifrazione dell'acqua.}$$

In B parte della luce passa oltre la goccia e viene rifratta nell'aria, ma la retta BC mostra la parte che viene riflessa. (L'angolo di incidenza è uguale all'angolo di riflessione). Quando il raggio raggiunge C, in parte viene riflesso, ma per il momento siamo interessati a quella parte di luce che esce dalla goccia in C. (Si osservi che viene ulteriormente rifratta allontanandosi dalla retta normale). L'angolo di deviazione $D(\alpha)$ è la somma delle rotazioni orarie che il raggio ha subito durante le tre fasi di questo processo. Perciò:

$$D(\alpha) = (\alpha - \beta) + (\pi - 2\beta) + (\alpha - \beta) = \pi + 2\alpha + 4\beta$$

Il minimo valore di deviazione è $D(\alpha) \approx 138^\circ$ che viene assunto per $\alpha \approx 59.4^\circ$

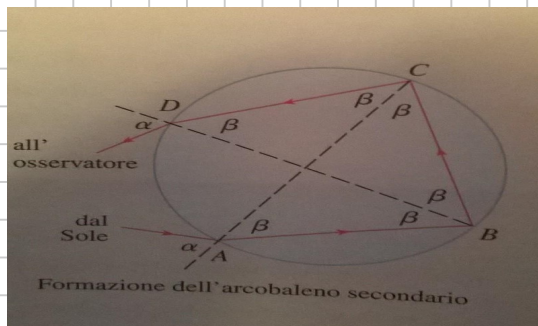
Il significato della deviazione minima è che se $\alpha \approx 59.4^\circ$ allora $D'(\alpha) \approx 0$, cioè $\frac{\Delta D}{\Delta \alpha} \approx 0$. Questo significa che molti raggi con $\alpha \approx 59.4^\circ$ vengono deviati di approssimativamente lo stesso angolo. E' la concentrazione di raggi che arrivano da una direzione vicina a quella di minima deviazione che crea la luminosità dell'arcobaleno primario.



La figura mostra che l'angolo di alzata dell'osservatore al punto più alto dell'arcobaleno è:

$$180^\circ - 138^\circ = 42^\circ$$

Quest'angolo è detto *angolo dell'arcobaleno*



2. Il Problema 1 spiega la posizione dell'arcobaleno primario, ma come si spiegano i colori? La luce solare comprende una gamma di lunghezze d'onda, dal rosso attraverso l'arancio, il giallo, il verde, il blu, e l'indaco fino al viola. Come scoperto da Newton mediante i suoi esperimenti con i prismi, l'indice di rifrazione è differente per ogni colore. Questo effetto è chiamato *dispersione*. Per la luce rossa l'indice di rifrazione è $k \approx 1.3318$ mentre per la luce viola vale $k \approx 1.3435$. Ripetendo i calcoli del Problema 1 per questi valori di k , si può verificare che l'angolo dell'arcobaleno vale circa 42.3° per l'arco rosso e 40.6° per l'arco viola.

Quindi l'arcobaleno è in effetti costituito di sette archi individuali corrispondenti ai sette colori.

3. A volte capita di vedere un arcobaleno secondario più debole sopra quello primario. Esso risulta da quella parte di luce che viene rifratta verso A, riflessa due volte (in B ed in C) e rifratta quando abbandona la goccia D, come si evince dalla figura.

Stavolta l'angolo di deviazione $D(\alpha)$ è dato dal totale delle rotazioni orarie che il raggio subisce nella quattro fasi

$$D(\alpha) = 2\alpha - 6\beta + 2\pi$$

e che $D(\alpha)$ è minimo per

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{k^2 - 1}{8}}$$

Scegliendo $k = \frac{4}{3}$ si verifica che la deviazione minima è di circa 51° e che quindi l'angolo dell'arcobaleno per questo arcobaleno secondario è di circa 51° come si può notare nelle figure successive

