Esame di Stato - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica – 22 giugno 2017

QUESTIONARIO

Quesito 6

6. Determinare il numero reale a in modo che il valore di

$$\lim_{x\to 0}\frac{sen(x)-x}{x^a}$$

sia un numero reale non nullo.

Se $a \leq 0$ ➔ $\lim_{x\to 0}\frac{senx-x}{x^a} = 0$, dunque $\boldsymbol{a > 0}$. Si ha:

$$\lim_{x\to 0}\frac{senx-x}{x^a} = \left[\frac{0}{0}F.I.\right] \overset{D.H.}{=} \lim_{x\to 0}\frac{cosx-1}{ax^{a-1}} = \left[\frac{0}{0}F.I.\right] \overset{D.H.}{=}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{-senx}{a(a-1)x^{a-2}} = \left[\frac{0}{0}F.I.\right] \overset{D.H.}{=} \lim_{x\to 0}\frac{-cosx}{a(a-1)(a-2)x^{a-3}},$$

numero reale non nullo se e solo se $\boldsymbol{a = 3}$.

Si ha infatti $\lim_{x\to 0}\frac{senx-x}{x^3} = \left[\frac{0}{0}F.I.\right] \overset{D.H.}{=} \lim_{x\to 0}\frac{cosx-1}{3x^2} = \lim_{x\to 0}\left(-\frac{1}{3}\cdot\frac{(1-cosx)}{x^2}\right) = -\frac{1}{6}$.

Se $a < 3$ $\lim_{x\to 0}\frac{-cosx}{a(a-1)(a-2)x^{a-3}} = 0$; se $a > 3$ $\lim_{x\to 0}\frac{-cosx}{a(a-1)(a-2)x^{a-3}} = \infty$.