Esame di Stato - Liceo Scientifico
Prova scritta di Matematica – 22 giugno 2017

QUESTIONARIO

<u>Quesito 9</u>

9. Dimostrare che l'equazione:

$$arctg(x) + x^3 + e^x = 0$$

ha una e una sola soluzione reale.

Applico il Teorema di Bolzano (o di esistenza degli zeri delle funzioni continue) generalizzato (o di esistenza degli zeri) alla funzione $y = f(x) = arctgx + x^3 + e^x$ definita e continua in R con $\lim_{x\to\pm\infty}(arctgx + x^3 + e^x) = \pm\infty$. Per tale Teorema $\exists c \in R$ tale che $f(c) = 0$.
Per dimostrare l'unicità della soluzione verifico la monotonia della funzione $f(x)$ calcolando la sua derivata prima:

$$y' = \frac{1}{1+x^2} + 3x^2 + e^x$$

$f'(x)$ è definita in R e sempre positiva poiché somma di funzioni positive (primo e terzo termine) e non negativa (secondo termine).
Dunque la funzione risulta strettamente crescente nel dominio e quindi intersecherà l'asse delle ascisse in un unico punto la cui ascissa è l'unica soluzione dell'equazione data.